$ED \cap BC = K$; $IF \cap \omega = \{X, Y\}$; $(XI < XF)$;

BE და AD ბისექტრისებია: $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{EC}$ და $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{BD}$!

1. AIFE - ციკლურია!

$\angle IAE = \frac{\overset{\frown}{EC}}{2} + \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} = \frac{\angle A + \angle B}{2}$ $\cancel{\times}$

$$\left.\begin{aligned}\angle AIE &= \frac{\overset{\frown}{AE}}{2} + \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} = (\angle A + \angle B)/2 \\ \angle AFE &= \frac{\overset{\frown}{AE}}{2} + \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} = (\angle A + \angle B)/2\end{aligned}\right\} \Rightarrow \angle AIE = \angle AFE \Big\} \Rightarrow$$ AIFE ციკლურია!

2. IF ∥ BC!

რადგანაც AIFE ციკლურია: $\Rightarrow \angle IAE = \angle IFD = \frac{\angle A + \angle B}{2}$

$\angle BKD = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} + \frac{\overset{\frown}{EC}}{2} = \frac{\angle A + \angle B}{2}$; $\angle IFD = \angle BKD \Rightarrow IF \parallel BC$.

3. HIDB - ციკლურია!

$IF \parallel BC \parallel EG \Rightarrow \overset{\frown}{XB} = \overset{\frown}{CY} \wedge \overset{\frown}{EY} = \overset{\frown}{GX}$

$\angle XIB = \frac{\overset{\frown}{XB}}{2} + \frac{\overset{\frown}{EY}}{2} = \frac{\overset{\frown}{BX}}{2} + \frac{\overset{\frown}{GX}}{2} = \frac{\overset{\frown}{BG}}{2}$

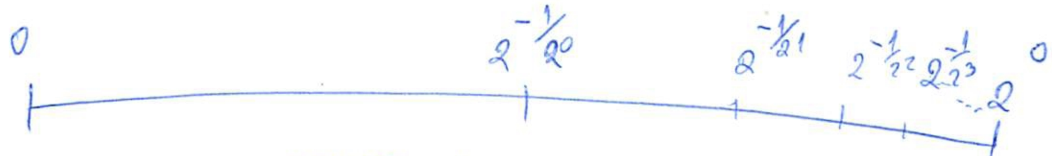
$\angle BDG = \frac{\overset{\frown}{BG}}{2}$ $\Rightarrow \angle HIB = \angle HDG \Rightarrow$ HIDB ციკლურია

4. HB არის DHF სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის მხებ,

$$\angle BHD = \angle BID = \angle AIE = \frac{\angle A + \angle B}{2} = \angle DAE = \angle IFD = \angle HFD.$$

$\perp$

H-ზე გავლებული DHF-ზე შემოხაზული წრეწირის მხები ერთადერთი იქნება და HD გვერდთან შექმნის წრეწირში HD ქორდაზე დაყრდნობილი კუთხის ტოლს.



დავ. სამ. → თითქოს [illegible] ციხის და თავის შუა-ლედში, რის შემდეგაც $(f(a)-a)(f(b)-b)>0$.

$A_n = [2^{-1/2^n}; \cancel{2^{-1/2^{n+1}}}\ 1)$ $n \ge 0$.

$B_n = [2^{-1/2^n} - 2^{-1}; 2^{-1/2^{n+1}} - 2^{-1})$ $n \ge 0$.

თუ სეგმენტი მოხვდება A_i სიმრავლეში ის ~~ან A_{i+1}-ში~~ გადავა A_{i-1}-ში (და არა ~~A_{i+2}-ში ან მეტში,~~ A_{i-2}-ში ან ნაკლებში)

$\cancel{\frac{1}{2^{-1/2^k}} < X < \frac{1}{2^{-1/2^{k+1}}}}$ $2^{-1/2^k} \le X$ $\cancel{2^{-1/2^{k+1}}}$ $X \in A_k$

რადგანაც $X \ge \frac{1}{2} \Rightarrow$ $2^{-1/2^{k-1}} \le f(x) = x^2 <$ $\cancel{2^{-1/2^k}}$

$f(X) \in A_{k-1}$

1) ვაჩვენებთ რომ უსასრულო $2^{-1/2^k}$ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ... [illegible] / თუ [illegible] $\frac{1}{2}$-ს → [illegible] $[2^{-1/2^k}; 2^{-1/2^{k+1}})$-ში →

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 6

25.04.2015/ მათ/III/ 604

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

1. $x=y$

$\cancel{x}^2 = x^3 \Rightarrow x = \pm 1 \qquad (x;y) = (1;1)(-1;1)$

2. $(x;y) = (7;13);\ (-7;-13);\ (13;7)(-13;-7)$

$7(x-y)^2 + xy = (x-y)\left[(x-y)^2 + 3(x-y) + 3\right] + 1$

$\Downarrow$

$xy - 1 \vdots x - y$

$(x-1)(y+1) \vdots x-y$

$(x+1)(y-1) \vdots x-y$

თუ ~~$x-1 \vdots x-$~~ $p>2$ მარტივია; ~~თუ~~ $x-y \vdots p$

$x-1 \vdots p$ დავუშვათ, თუ $y+1 \vdots p \Rightarrow y-1 \vdots p \to x+1 \vdots p$ X

ახლა თუ $x-1 \vdots p \to x+1 \vdots p \to y-1 \vdots p$.

ანალოგიურად თუ $y-1 \vdots q \to y+1 \vdots q \to x+1 \vdots q$

$\Downarrow$

$x^2-1 \vdots x-y$

$y^2-1 \vdots x-y$

3

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 6

25.04.2015/ მათ/III/ 604

ამოცანა № 3

გვერდი № 2

$(x-y+1)^3 - xy \vdots 7.$ $\quad x^2 \equiv 0, 1, 2, 4 \ (7);$

$x^3 \equiv 0; 1, -1 \ (7).$

$(x-y+1)^3 \equiv xy \ (7). \Rightarrow xy \equiv \pm 1 \ (7)$

1. $xy \equiv 1 \Rightarrow ((x-y)+1)^3 \equiv 1 \Rightarrow (x-y)[(x-y)^2 + 3(x-y)+3] \vdots 7.$

$(x-y+1)^6 \equiv 1 \quad (7) \Rightarrow (x-y+1; 7) = \cancel{1}$

$a^{p-1} \equiv 1 \ (p).$ ფერმ.

$7(x-y)^2 + xy = ((x-y)+1)^3$

$7(x+y)^2 - 27xy = ((x-y)+1)^3$

1. $(x;y) = d = (x; x-y)$

$7x^2 - 13xy + 7y^2 \vdots d^2$

$(x-y)^3 + 3(x-y)^2 + 3(x-y) + 1 \vdots d$ -ს შეიძლება გაიყოფება.

$\downarrow$

$(x;y) = d = 1$ ს.

4